Prof. Dr. Alfred Toth

Morphismen, Funktoren, natürliche Transformationen

1. In der in Toth (2012a) eingeführten REZ-Matrix

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_1, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_2, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

gilt allgemein

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$.

Z.B. ist also die zur REZ-Relation [1, 3] konverse Relation nicht etwa *[3, 1] (die ja im System der RE gar nicht definiert ist), sondern $[1_2, 1]$, das kann man natürlich an den Teildiagonalen der obigen Matrix direkt herauslesen. Aus der letzteren Feststellung folgt nun aber ebenso direkt, daß im REZ-System jede dyadische Partialrelation nicht nur eine, sondern zwei Formen hat, allgemein

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$,

allerdings nur, falls a < 2 ist, d.h. nur für die REZ-Äquivalenz des Peirce-Benseschen Mittelbezugs:

[1, 1] = [1, 1]

$[1, 2] = [1, 1_{-1}]$

$[1, 3] = [1, 1_{-2}]$

...

$[m, n] = [m, 1_{-[n-1)}]$.

Daraus folgt nun natürlich eine Redefinition der kategorietheoretischen Abbildungen für das REZ-System gegenüber demjenigen, das für die Peirce-Bense-Semiotik in Toth (1997, S. 21 ff.) gegeben worden war:

$[1, 1] := id_1$	$[1, 2] := \alpha$	$[1_{-1}, 3] := \beta$	$[1, 3]:= \beta\alpha$
$[1_{-1}, 2] := id_2$	$[1_{-1}, 1] := \alpha^o$	$[3, 1_{-1}] := \beta^o$	$[1_{-2}, 1] := \alpha^o\beta^o$
$[1_{-2}, 3] := id_3$			

2. Sofern es sich um dyadische Abbildungen, d.h. semiotische Funktionen handelt, liegen natürlich einfache Morphismen vor, welche Elemente aus einer Domäne auf Elemente einer Codomäne abbilden. Hat man jedoch semiotische Kategorien, d.h. z.B. vollständige Zeichen- oder Realitätsthematiken vor sich, sprechen wir von semiotischen Funktoren. Sie haben also die allgemeine Form

$F = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]]$.

Liegen "parallele Funktoren" vor (vgl. z.B. das in Toth 1997 in der Tafel am Ende des Buches gegeben "vollständige SRG-System"), können wir von semiotischen natürlichen Transformationen sprechen. Ihre allgemeine Form ist

$nT = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]], [[m_{(k+1)}, n_{-(k-2)}], [m_k, n_{-(k-1)}]]]$.

Da nun bei den REZ m, n $\in$ **N** gilt, kann man weiters je zwei natürliche Transformationen aufeinander abbilden, man erhält dann nT´s 2. Stufe, usw. Wie bereits früher gezeigt wurde, kann man solche und viele weitere hochstufige kategorialsemiotische Abbildungen relativ problemlos in n-kategoriale Systeme einbetten (vgl. Toth 2011).

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, n-Kategorialität bei Zeichenfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

26.2.2012